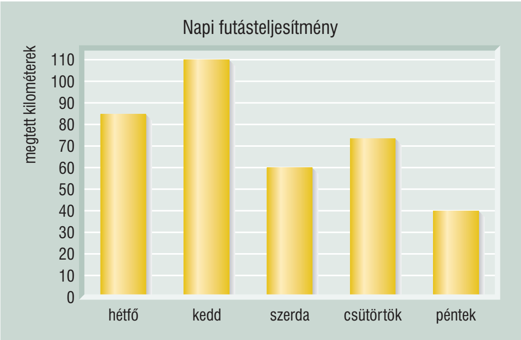
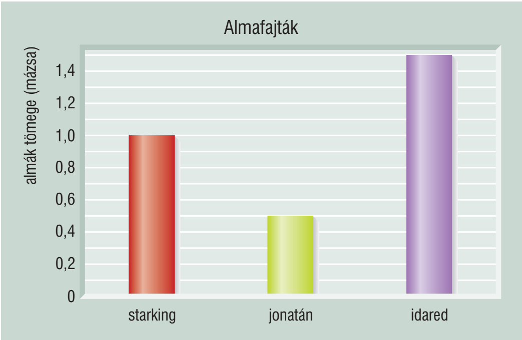
9.7. STATISZTIKA

Az adatok ábrázolása – megoldások

1760 Az oszlopdiagram kinézhet például úgy, mint a bal oldali ábra.

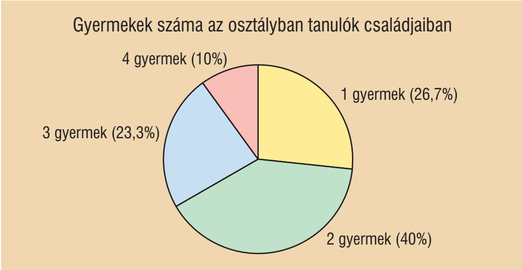




1761 Összes: 3 mázsa, jonatán: 0,5 mázsa, idared: 1,5 mázsa. A diagram a jobb oldalon látható.

1762 Egykék száma: 8, egy tanulóra 12° középponti szög jut. Készítsünk táblázatot:

Gyermekek száma	Tanuló	Középponti szög
1	8	$12° \cdot 8 = 96°$
2	12	$12° \cdot 12 = 144°$
3	7	$12° \cdot 7 = 84°$
4	3	$12° \cdot 3 = 36°$
összesen	**30**	**360°**



1763 Egy százalékra 3,6° középponti szög jut.

Kategória	busz	teherautó	furgon	személyautó	összesen
Középponti szög	$60° - 0° = 60°$	$150° - 60° = 90°$	$230° - 150° = 80°$	$360° - 230° = 130°$	360°
Százalékban	$60° : 3,6° = 16,67\%$	$90° : 3,6° = 25\%$	$80° : 3,6° = 22,22\%$	$130° : 3,6° = 36,11\%$	100%

1764 Minden járműre 5° középponti szög jut.

Kategória	busz	teherautó	furgon	személyautó	összesen
Középponti szög	100°	40°	90°	130°	360°
Darabszám	20	$40° : 5° = 8$	$90° : 5° = 18$	$130° : 5° = 26$	72

1765 A kereskedő megszakított értéktengellyel próbálta eltitkolni a csökkenés mértékét.
Megjegyzés: Azzal leginkább a pszichológia foglalkozik, hogy első ránézésre miért nem tűnik fel a három pont.

1766 *A* párt: nem javult nagymértékben a bűncselekmények felderítése. *B* párt: nagymértékben nőtt a hatékonyság.

Megjegyzés: Mindkét diagram sántít, hiszen nem a felderített bűncselekmények száma az érdekes, hanem azoknak az összes bűncselekményhez viszonyított aránya. (Nagyon nem mindegy, hogy 5%-os a felderítés aránya vagy 95%-os!)

1767 *a)* Kezdjük a táblázattal.

Érdemjegy	1	2	3	4	5
Fő	1	1	2	3	8

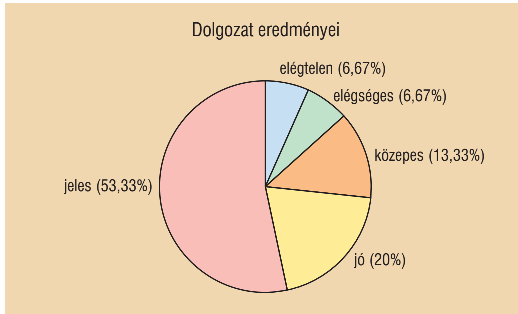
Százalékos határok (a felső határ már jobb jegyet ér):

0–26%: elégtelen, 26–42%: elégséges, 42–62%: közepes, 62–82%: jó, 82%-tól: jeles.

b) Mivel 15 tanulónk van, az egy tanulóra jutó középponti szög:

$$\frac{360^\circ}{15}=24^\circ.$$

Az első két kategóriára jutó középponti szög így 24°, a közepesre 48°, a jóra 72°, a jelesre pedig 192°. A diagram az ábrán látható.



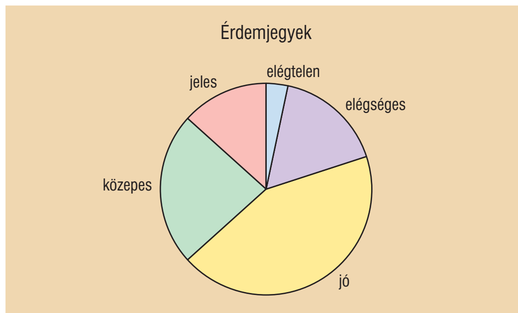
1768 *a)* A gyakorisági táblázat adatait az oszlopdiagramról olvashatjuk le:

Érdemjegy	1	2	3	4	5
Gyakoriság	1	5	13	7	4

b) Az egy tanulóra jutó középponti szög:

$$\frac{360^\circ}{30}=12^\circ.$$

Így a jeles tanulókra 48°, a jókra 84°, a közepesekre 156°, az elégségesekre 60°, az elégtelenekre 12° jut.



1769 *a)* Anettnek ment az sms-ek

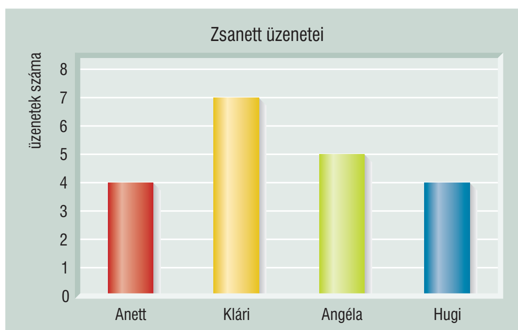
$$\frac{72^\circ}{360^\circ}\cdot 100\%=20\%\text{-a},$$

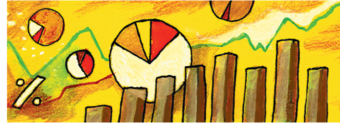
Klárinak pedig a 35%-a. Hugi ugyanannyi sms-t kapott, mint Anett, így Angélának marad az üzenetek 25%-a.

b) Ha Zsani 7 sms-t küldött Klárinak, akkor egy üzenetre

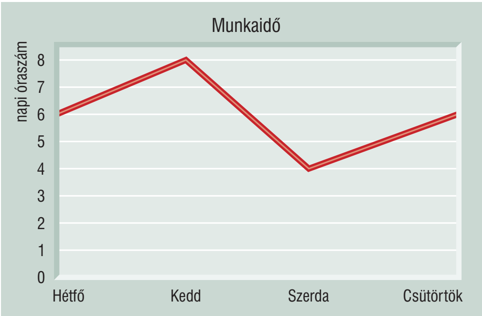
$$\frac{126^\circ}{7}=18^\circ\text{-os}$$

középponti szög jut. Ugyanígy Anett és Hugi egyaránt 4-4 üzenetet kapott, Angéla pedig 5 darabot.

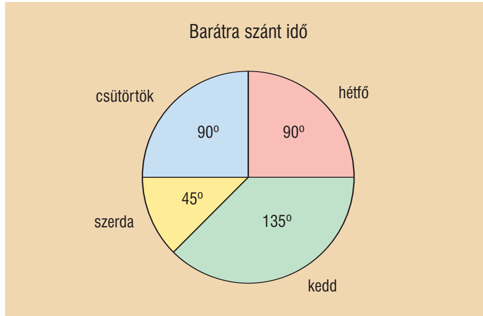




1770 *a)* A keresett vonaldiagram:



b) Az egyes szögek rendre 90º, 135º, 45º, 90º.



c) Össze kell adnunk az egyes napok oszlopait, hozzáadni az értékhez még nyolcat, és kivonni a kapott számot 24-ből.

Hét napjai	hétfő	kedd	szerda	csüt.
Maradó idő (óra)	5	3	8	5

1771 *a)* Első lépésben határozzuk meg, milyen összefüggések vannak a különböző oszlopok között. Ehhez jelöljük a lakónépességet A, a területet B, a népsűrűséget C, a települések számát D, a 100 km^2-re jutó települések számát E-vel.

A lakosság számát $1000 \cdot A$ adja meg. A népsűrűséghez a lakosság számát (fő) kell osztani a területtel (km^2). A 100 km^2-re jutó településszám mértékegysége $\dfrac{\text{település}}{100\ \text{km}^2}$. Így a megfelelő képletek:

$$C = \frac{1000 \cdot A}{B} \quad \text{és} \quad E = \frac{D}{\frac{B}{100}}.$$

A táblázat első sora teljes, így ott le is ellenőrizhetjük a képleteket.

$$\frac{2897300}{6916} = 418{,}9 \approx 419 \quad \text{és} \quad \frac{188}{69{,}16} = 2{,}718 \approx 2{,}7.$$

Nincs más dolgunk, mint behelyettesíteni a kitalált összefüggésekbe.

Az első öt kérdezett adat soronként lefelé haladva, figyelve a kért kerekítésekre:

$$C = \frac{1104800}{11116} = 99{,}3 \approx 99; \qquad E = \frac{655}{113{,}28} = 5{,}78 \approx 5{,}8;$$

$$B = \frac{960100}{68} = 14119{,}1 \approx 14119; \qquad D = 4{,}5 \cdot 134{,}33 = 604{,}4 \approx 604;$$

$$A = \frac{85 \cdot 17729}{1000} = 1506{,}96 \approx 1507.$$

A dél-alföldi régió sorában azzal szembesülünk, hogy egyszerre három adat is hiányzik (A, B, D) és csak kettő ismert (C, E). Ezekből nem tudjuk megállapítani az ismeretleneket. Ha a sor nem segít, keressünk olyan oszlopot, amelyben már elég információ áll rendelkezésünkre! Ilyen oszlop az első:

$$A = 10045{,}4 - (2897{,}3 + 1104{,}8 + 997{,}9 + 960{,}1 + 1236{,}7 + 1507{,}0) = 1341{,}6.$$

Így A és C-ből már a területet és a települések számát is kiszámíthatjuk a Dél-Alföld sorában:

$$B = \frac{1341600}{73} = 18378{,}08 \approx 18378; \quad D = 1{,}4 \cdot 183{,}78 = 257{,}2 \approx 257.$$

Az utolsó sor hiányzó B és D adatait egyszerű összegzéssel kapjuk meg:

$$B = 6916 + 11116 + 11328 + 14119 + 13433 + 17729 + 18378 = 93019;$$

$$D = 188 + 401 + 655 + 655 + 604 + 389 + 257 = 3149.$$

A C és E oszlopot pedig a képletekből kapjuk:

$$C = \frac{10045400}{93019} = 107,9 \approx 108; \quad E = \frac{3149}{930,19} = 3,38 \approx 3,4.$$

Megjegyzések: A képleteket az első sor megadott adataiból is kikövetkeztethetjük. Az eredeti, interneten is elérhető statisztika adatai nem pontosan illeszkednek a kiszámított értékekhez. Ez betudható a kerekítési hibáknak.

b) A térképről az 1000 lakosra jutó vállalkozások számát olvashatjuk le. Az előző feladatban éppen a lakosság száma (1000 fő) szerepelt az első oszlopban, így egyszerű szorzással megállapíthatjuk a vállalkozások számát. Például Nyugat-Dunántúlon:

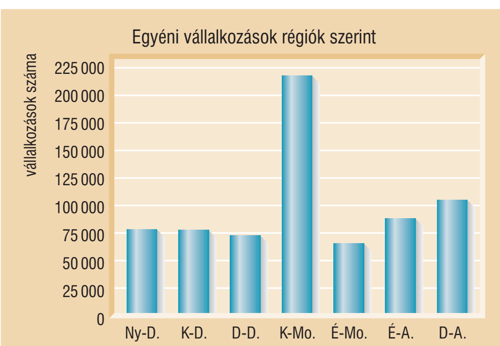
$$119 \cdot 997,9 = 118\,750,1 \approx 118\,750.$$

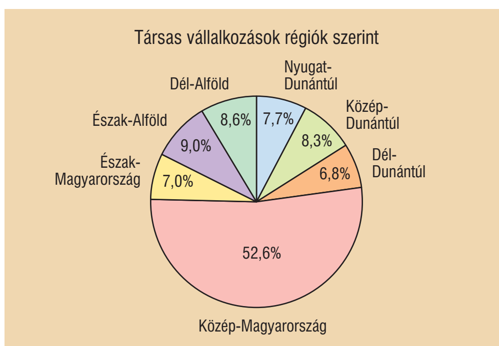
Foglaljuk ezt, illetve a diagramról leolvasott százalékokat táblázatba.

Régió	Vállalkozások száma	Ebből egyéni vállalkozók	Ebből társas vállalkozók
Nyugat-Dunántúl	118 750	78 375 (66%)	40 375 (34%)
Közép-Dunántúl	121528	77 778 (64%)	43 750 (36%)
Dél-Dunántúl	108 491	72 689 (67%)	35 802 (33%)
Közép-Magyarország	495 438	217 993 (44%)	277 445 (56%)
Észak-Magyarország	102 646	65 693 (64%)	36 953 (36%)
Észak-Alföld	135 630	88 160 (65%)	47 470 (35%)
Dél-Alföld	150 259	105 181 (70%)	45 078 (30%)
Ország összesen	**1 232 742**	**705 869 (57%)**	**526 873 (43%)**

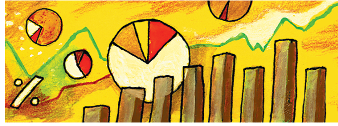
Mivel a százalékok a társas vállalkozások számát mutatják, először őket számítjuk ki, majd kivonással megkapjuk az egyéni vállalkozások számát. Az oszlopok összegzése adja az utolsó sort.

Megjegyzés: A százalékok minél pontosabb leolvasásához érdemes egy vonalzót illeszteni az oszlopok mellé.





c) Az oszlopdiagramban (bal oldali ábrán) a vállalkozások darabszámát szerepeltetjük az előző táblázatból.



d) A kördiagramhoz (jobb oldali ábrán) először is ki kell számolnunk az egyes régiókban levő társas vállalkozások százalékos arányát az összes társas vállalkozáshoz mérve. Az összes társas vállalkozások száma 526 873.

Így például a Nyugat-Dunántúlon működik az összes ilyen vállalkozás

$$\frac{40375}{526873} = 0{,}0766 \approx 0{,}077, \text{ azaz } 7{,}7\%\text{-a.}$$

Nyugat-Dunántúl kördiagramhoz szükséges középponti szöge:

$$\frac{40375}{526873} \cdot 360^\circ \approx 27{,}6^\circ.$$

Hasonlóan a többi érték:

Régió	Ny-D	K-D	D-D	K-M	É-M	É-A	D-A
Társas vállalkozás	7,7%; 27,6°	8,3%; 29,9°	6,8%; 24,5°	52,6%; 189,6°	7,0%; 25,2°	9,0%; 32,4°	8,6%; 30,8°

Megjegyzés: A megadott diagramról leolvasott értékek miatti kis eltérés nem róható fel hibának.

Az adatok jellemzése – megoldások

1772 A hőmérsékletek átlaga: 17,14 ºC.

1773 A hibák átlaga: 0,4. A hibák terjedelme: 5.

1774 Nem.

1775 *a)* Nem, mert $30 \cdot 3{,}15 = 94{,}5$ nem egész.

b) 20 vagy 40.

1776 *a)* Nem változik.

b) 1-gyel csökken.

c) 1-gyel növekszik.

1777 300 kg

1778 Az egyszerre utazók számának mediánja: 2.

1779 Az építőjáték-darabkák hosszúságainak mediánja: 4,5.

1780 A túrós táskák darabszámának módusza: 6, terjedelme: 4.

1781 *a)* Oszlopdiagram vagy hisztogram.

b) A 180º-nál lévő kategóriaelem vagy ha éppen határ, akkor a két oldalon álló elemek számtani közepe.

1782 *a)* A bedobott érmék mediánja: 10. Módusz$_1$: 5, módusz$_2$: 10.

b) Az illetőnek legalább 4 darab, legfeljebb 8 darab 50-es érmét szabad a jegykiadó automatába dobnia.

1783 *a)* A módusz a 10 eurós.

b) Ha 30 db 10 eurós és 30 db 20 eurós címletet kivett és helyettük 6 db 50 eurós és 6 db 100 eurós címletet tett a kasszába, akkor az 5 eurósból lesz a legtöbb.

1784 Jelöljük J-vel az utolsó jegyet. Így a szöveg szerint:

$$\frac{3+4+3+5+J}{5} > 3{,}6, \text{ ahonnan } J > 3.$$

Így Katinak csak a 4-es vagy 5-ös jegy a megfelelő.

Megjegyzés: Mivel nagyon kevés a lehetőség, egyszerű próbálkozással is hamar célt érhetünk.

1785 Összesen 5 darab értéket kell megadnunk, amelyeknek mediánja 0 és módusza –1. Ebből adódóan a rangsorban a középső elemnek 0-nak, előtte viszont móduszként két –1-nek kell lenni. A medián utáni két elemet nem tudjuk meghatározni, csak annyi információnk van, hogy pozitív egész értékek és különbözőek. Illetve ismerjük az átlagukat:

$$\frac{-1+(-1)+0+x+y}{5} = 0{,}2, \text{ ahonnan } x+y=3.$$

A feltételek szerint ilyen érték csak az 1 °C és 2 °C. Tehát a heti hőmérsékletek rangsorban:

–1 °C, –1 °C, 0 °C, 1 °C, 2 °C.

1786 Kezdjük el felírni a rangsort. Tudjuk, hogy a legkisebb érték 2 °C, a legnagyobb 5 °C, a medián pedig 3 °C, így a rangsor:

2 °C, X °C, 3 °C, Y °C, 5 °C.

Mivel nem kell a $\frac{2+X+3+Y+5}{5}$ átlagot kerekíteni, $X+Y$-nak 5 többszörösének kell lennie.

Ráadásul a rangsorba is illeszkedniük kell, ezt pedig csak $X = 2$ °C és $Y = 3$ °C teszi lehetővé. Összegezve: az átlag 3 °C, a móduszok pedig 2 °C és 3 °C.

1787 *a)* Az utolsó fajtából

110 – (20 + 40 + 35) = 15

darab van a készletben. A táblázat:

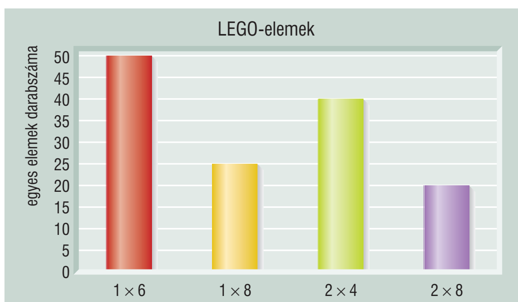
Építőelem	1×1	1×2	1×4	2×3	összesen
Darab	20	40	35	15	110

b) A módusz és a medián is az 1×2-es építőelem (a rangsort például az elemen levő bütykök száma alapján állíthatjuk fel).

1788 *a)* Készítsünk egy táblázatot az adatokról.

Építőelem	1×6	1×8	2×4	2×8	összesen
Darab	50	25	40	20	135

Az oszlopdiagram:



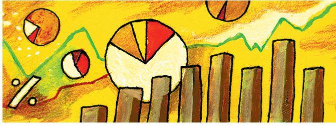
b) A bütykök átlagát kell számolnunk:

$$\frac{50\cdot 6+25\cdot 8+40\cdot 8+20\cdot 16}{135} = 8{,}44.$$

Mivel egészre kell kerekítenünk, a megoldás 8.

1789 *a)* A pontszámok átlaga:

$$\frac{3\cdot 38+1\cdot 33+4\cdot 26+3\cdot 20+5\cdot 18+2\cdot 15+2\cdot 7}{20} = 22{,}25.$$



b) A százalékok pontszámra fordítva:

$40 \cdot 0{,}3 = 12;\quad 40 \cdot 0{,}45 = 18;$
$40 \cdot 0{,}6 = 24;\quad 40 \cdot 0{,}8 = 32.$

Érdemjegy	1	2	3	4	5
Fő	2	2	8	4	4

Figyelembe véve, hogy a felső határ már jobb jegyet ér, a táblázat kitölthető.

Innen a jegyek módusza közepes, mediánja pedig a 10. és 11. elem átlaga:

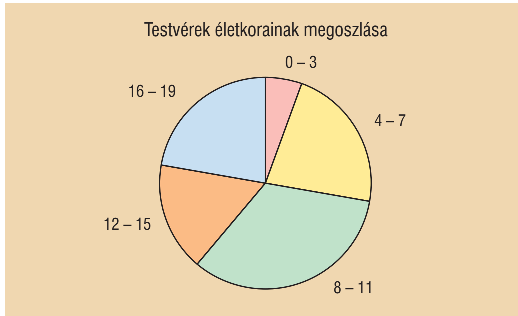
$$\frac{3+3}{2} = 3.$$

1790 *a)* A feladat csak a táblázatban jelzetteket kérdezi, azaz nem kell hozzászámolnunk magukat a megkérdezett tanulókat. Összesen 18 főről van szó, így az egy főre jutó középponti szög:

$$\frac{360^\circ}{18} = 20^\circ.$$

Az egyes kategóriákra jutó szögek:

0–3: 20°, 4–7: 80°, 8–11: 120°,
12–15: 60°, 16–19: 80°.



b) Mivel nem ismert, hogy egy-egy kategórián belül mi az életkorok megoszlása, a legkisebbet akkor hibázzuk, ha a kategóriahatárok számtani közepével számolunk:

$$\frac{1 \cdot 1{,}5 + 4 \cdot 5{,}5 + 6 \cdot 9{,}5 + 3 \cdot 13{,}5 + 4 \cdot 17{,}5}{18} = 10{,}6\dot{1}.$$

A testvérek átlagéletkora 10,6 év.

1791 Az egyik iskolának legyen N, a másiknak $N + 40$ végzős tanulója. Mivel az összesített átlag (360) közelebb esik a 340-hez, ennek az iskolának nagyobb súllyal kell az átlagban szerepelnie, itt van több diák ($N + 40$). A két iskolában szerzett pontok száma $340 \cdot (N + 40)$, illetve $420 \cdot N$. Az átlagból egy egyenletet írhatunk fel:

$$\frac{340 \cdot (N+40) + 420 \cdot N}{2 \cdot N + 40} = 360,$$

innen átrendezések után $N = 20$. Azaz a 420 pontos átlagot produkáló intézményben 20 fő érettségizett, a 340 pontot produkálóban pedig 60.

Megjegyzés: Ha nem jut eszünkbe a feladat elején leírt „okoskodás”, az sem baj. Álljunk neki megvizsgálni a fordított esetet! Ekkor az egyenletből N-re negatív érték adódik, így ezt az esetet kizárhatjuk.

1792 *a)* Ha csak ennyit tudunk, akkor az átlag

$$3{,}32 < \frac{6 \cdot 5 + n \cdot 4 + 9 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 1}{22 + n} < 3{,}39.$$

Innen akár próbálgatással, akár az alábbi számításokkal:

$$73{,}04 + 3{,}32n = 3{,}32 \cdot (22 + n) < 6 \cdot 5 + n \cdot 4 + 9 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 1 <$$
$$< 3{,}39 \cdot (22 + n) = 74{,}58 + 3{,}39n.$$

Már külön kezelve a két oldalt:

$$73{,}04 + 3{,}32n < 68 + 4n \quad \text{és} \quad 68 + 4n < 74{,}58 + 3{,}39n.$$

Rendezve:

$$5{,}04 < 0{,}68n \quad \text{és} \quad 0{,}61n < 6{,}58 \quad \Rightarrow \quad 7{,}4 < n < 10{,}8.$$

Ennyi információ tehát nem elég, n lehet 8, 9 vagy 10. Az osztály létszáma pedig lehet 30, 31 vagy 32 fő.

b) Legalább közepest írt $15 + n$ fő. Átlaguk

$$\frac{6 \cdot 5 + n \cdot 4 + 9 \cdot 3}{15 + n} < 3{,}87.$$

Innen

$$0{,}13n < 1{,}05, \quad \text{vagyis} \quad n < 8{,}07.$$

Ez már elég a pontos érték meghatározásához, $n = 8$. Az osztály pedig 30 fős.

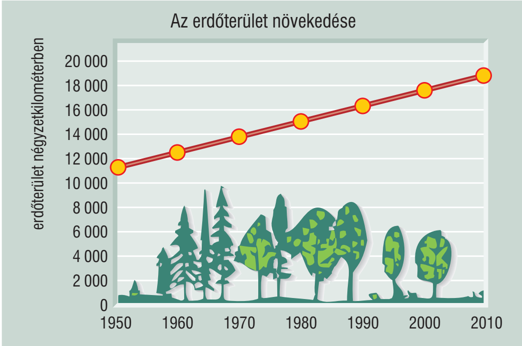
1793 *a)* $93\,000\ \text{km}^2 \cdot 0{,}12 = 11\,160\ \text{km}^2$.

b) $93\,000\ \text{km}^2 \cdot 0{,}2 = 18\,600\ \text{km}^2$ a jelenlegi erdőterület. 1950 és 2010 között 6 darab tízéves periódus van. A közben lett erdőterületet kell osztanunk 6-tal:

$$\frac{18\,600 - 11\,160}{6} = 1240.$$

A tízévenkénti átlagos növekedés $1240\ \text{km}^2$.

c) A vonaldiagramon összesen 7 értéket kell jelölnünk (az első periódus elejét és az utolsó végét is).



1794 *a)* Ha csak az *A* és *C* termék minősül vezetőnek, akkor kettejük átlaga:

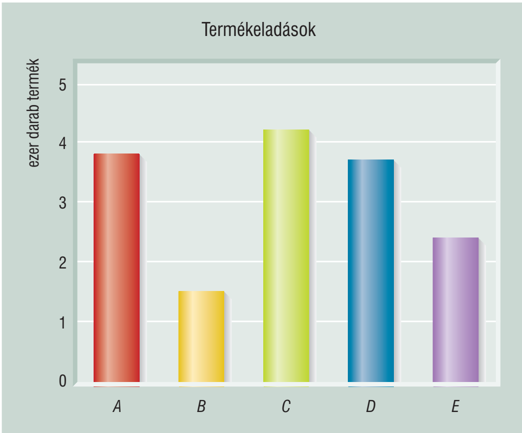
$$\frac{3800 + 4200}{2} = 4000.$$

A megadott átlag azonban 3900, amiből az következik, hogy a *D* terméknek is vezető terméknek kell lennie. Az átlagból már meg tudjuk mondani *D* darabszámát is:

$$\frac{3800 + 4200 + D}{3} = 3900,$$

ahonnan $D = 3700$.

b) A helyes oszlopdiagram az ábrán látható.



1795 *a)* Hárombetűs kódokat az *A*, *B*, *C* jegyekből $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$-féleképpen készíthetünk.

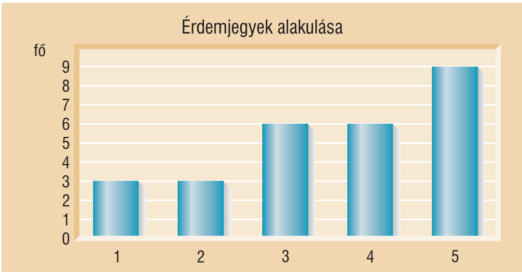
b) Ha 27-en járnak az osztályba, akkor egy főre

$$\frac{360^\circ}{27} = 13\frac{1}{3}^\circ$$

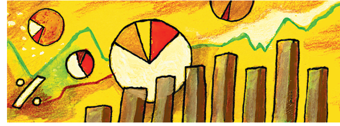
középponti szög jut. Így a táblázatunk:

Érdemjegy	1	2	3	4	5	összesen
Szög	40°	40°	80°	80°	120°	360°
Fő	3	3	6	6	9	27

A kitöltött táblázat alapján könnyen készíthetünk oszlopdiagramot.



c) A kördiagramon sorban jönnek egymás után a jegyek (rangsor), így a mediánt az egyenesszögnél találjuk (jó), a módusz pedig a legnagyobb területű rész (jeles).



1796 *a)* Jelöljük a megtérülési rátát M-mel, a dolgozók száma legyen D, a gyártott termékek ezres darabszáma T. A szövegből tudjuk, hogy $M=\frac{T}{D}$. Legyen mondjuk a babagyártó részleg rátája $M_b = 2{,}5$, a ruhagyártóé $M_r = 2$. Ismerve a képletet és azt, hogy mindkét részlegben $T = 40$, meg tudjuk adni a dolgozók számát is: $D_b=\frac{40}{2{,}5}=16$ és $D_r=\frac{40}{2}=20$.

b) A megtérülési ráta maga is egy átlag: azt mutatja meg, átlagosan hány ezer terméket gyártott le egyetlen dolgozó fél év alatt. A legegyszerűbben úgy kapjuk meg az egész gyárra vonatkozó értéket, ha vesszük az összes legyártott terméket és elosztjuk az összes dolgozók számával. Ez pedig két tizedesre kerekítve $M=\frac{80}{36}=2{,}22$.

Megjegyzés: Számoljunk utána, hogy ez nem a két ráta számtani átlaga. Annak értéke ugyanis $\frac{2{,}5+2}{2}=2{,}25$. Ha mindenképpen átlagolni akarunk, ún. harmonikus átlagot kell számolnunk:

$$\frac{2}{\frac{1}{2{,}5}+\frac{1}{2}}=2{,}22.$$

c) Érdemes a számolást a harmadik sorral kezdeni, onnan tudjuk, hogy egy csupasz baba ára 1500 Ft. Az üres babaruha ennek másfélszerese, azaz 2 250 Ft. Mivel babáik felét öltöztették csak saját ruhába, az üres babák és ruháik eladásából $20000\cdot 1500 + 20000\cdot 2250 = 75$ millió Ft bevételhez jutott a cég. A felöltöztetett babák viszont a babatest és a ruha együttes áránál annak 70%-val többért keltek el, vagyis $(1500+2250)\cdot 1{,}7 = 6375$ Ft-ért. Ebből is tudtak gyártani 20000 darabot, 127 500 000 Ft-os bevételt értek el így. A cég összes bevétele a kettő összege, 202,5 millió Ft.

1797 *a)* A változás mértékének kiszámításánál az adott év termelését az előzőhöz viszonyítjuk: egyszerűen elosztjuk vele, és az eredményt kifejezzük százalékban. Ezek az arányok az évek során rendre

$$\frac{3}{2}=1{,}5;\quad \frac{5}{3}=1{,}66\dot{6};\quad \frac{4}{5}=0{,}8.$$

Százalékban megfogalmazva mondhatjuk ezt: a termelés az előző évinek 150%-a, 166,67%-a és 80%-a. Vagy mondhatjuk így is: az éves termelés először 50%-kal, majd 66,67%-kal növekedett, végül 20%-kal csökkent.

b) A változás átlagos mértéke az az egyetlen érték, amivel ha mindhárom évben növekszik (vagy csökken) a termelés, akkor ugyanott tart, mint a valóságban. Tudjuk, hogy a termelés 20 000 darab volt 2000-ben. Vagyis olyan számot keresünk, amire igaz:

$$20\,000\cdot 1{,}50\cdot 1{,}6667\cdot 0{,}8 = 20\,000\cdot q\cdot q\cdot q.$$

20 000-rel lehet egyszerűsíteni:

$$2 = q^3.$$

Innen – akár próbálgatással is – kapjuk:

$$q \approx 1{,}26.$$

Vagyis az átlagos évenkénti növekedés 26%, illetve az előző évinek mindig 126%-a.

Megjegyzés: Ez az átlag sem számtani átlag, hiszen az 1,322 lett volna. Ún. mértani vagy geometriai átlagot számoltunk, harmadik gyököt vontunk három szám szorzatából:

$$\sqrt[3]{1{,}5\cdot 1{,}666\dot{6}\cdot 0{,}8}=1{,}26.$$

c) Ha ebben a mértékben növekszik a termelés, akkor 2004-ben a 2003. évi darabszám 1,26-szorosát fogják termelni. Szám szerint $40\,000\cdot 1{,}26 = 50\,400$ darabot.

1798 Jelölje az A kategóriába eső ügyfelek számát x, a B-be esőkét y, a C-be tartozókat pedig z (ne feledjük, hogy pozitív egész megoldásokat keresünk). Ekkor a szöveg szerint felírhatunk egy három egyenletből álló egyenletrendszert:

$$\left.\begin{aligned} x+z&=y+25\\ 2\cdot(y-x)&=z\\ \frac{10x+25y+30z}{x+y+z}&=20 \end{aligned}\right\}.$$

Ha az első egyenlet kétszereséhez hozzáadjuk a másodikat, akkor x és y kiesik, csak z ismeretlen marad. Innen $z=50$. Ezt behelyettesítve mondjuk a második és a harmadik egyenletekbe, már csak kétismeretlenes rendszerünk van:

$$\left.\begin{aligned} y-x&=25\\ \frac{10x+25y+1500}{x+y+50}&=20 \end{aligned}\right\}.$$

Az első sorból kifejezve y-t és behelyettesítve a másodikba, ott egy egyismeretlenes egyenletet kapunk. Átrendezve

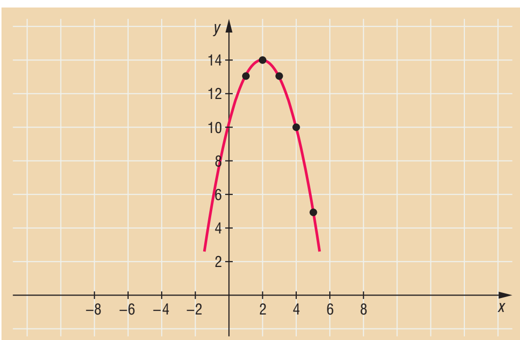
$$35x+2125=40x+1500$$

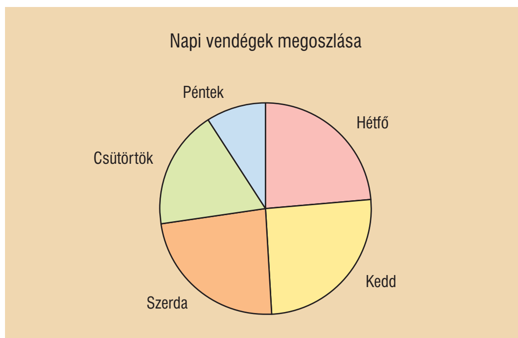
alakú, ahonnan

$$x=125 \quad \text{és} \quad y=150.$$

A kérdésre a válasz tehát $125+150+50=325$ főt kérdezett meg a közvélemény-kutató cég a mobilszolgáltató megbízásából.

1799 Bár a megadott függvény diszkrét pontokból áll, azért fel kell ismernünk a képletében a fordított állású parabolát: $f(x)=-(x-2)^2+14$. Akár függvénytranszformációs lépésekkel, akár egyszerű behelyettesítéssel felrajzolhatjuk a függvényt. Az ábra tulajdonképpen egy oszlopdiagram (ha a pontokból merőlegeseket bocsátanánk az x tengelyre). A függvény értékei adják az ügyfelek számát, így a rajzról leolvashatjuk a megoldásokat.





a) A függvény $x=2$ helyen veszi fel maximumát, így a kérdezett nap a kedd.

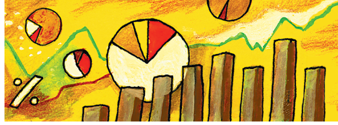
b) Az egyes napokon rendre 13, 14, 13, 10 és 5 vendég érkezik, összesen 55 fő. Az egy főhöz tartozó középponti szög:

$$\frac{360^\circ}{55}=6{,}\dot{5}\dot{4}^\circ,$$

így az egyes napokon érkezőkhöz kb. 85,1°; 91,6°; 85,1°; 65,4° és 32,8° szög tartozik (a kördiagram a jobb oldali ábrán látható).

c) A napi átlag egyszerű számtani átlaggal kapható meg:

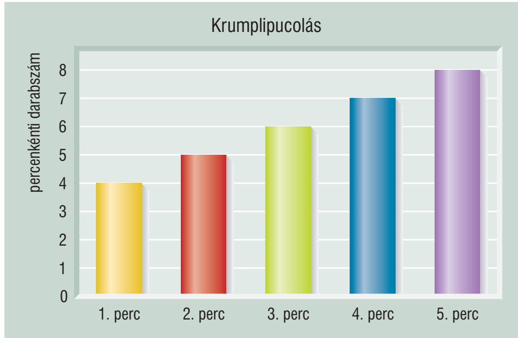
$$\frac{13+14+13+10+5}{5}=11.$$



Vegyes feladatok – megoldások

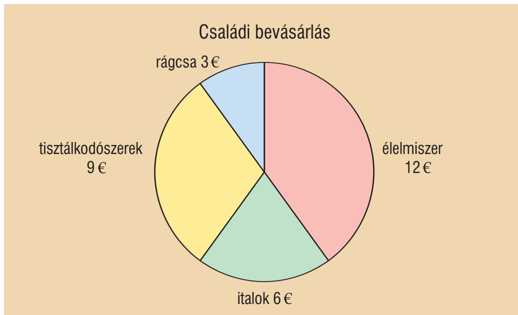
1800 *a)* Próbálgatással vagy az $1{,}5 \cdot n \cdot (n+1) = 30$ képletből: 5 perc, és ezalatt 4, 5, 6, 7, 8 darab krumpli.

b) Az oszlopdiagram az ábrán látható.



1801 *a)* Mivel rágcsálnivalókra a pénzének csak 10%-át költötte, élelmiszerre pedig 40%-ot, a helyes válasz a négyszeres szorzó.

b) A kördiagram (élelmiszer 12 €, italok 6 €, tisztálkodószer 9 € és rágcsa 3 €) az ábrán látható.

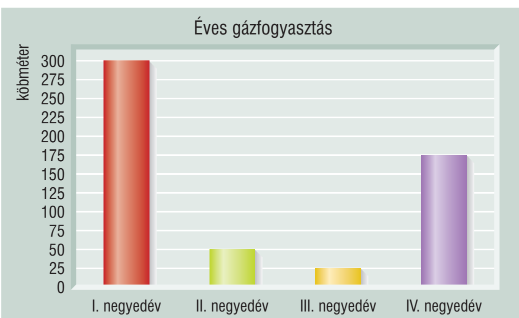


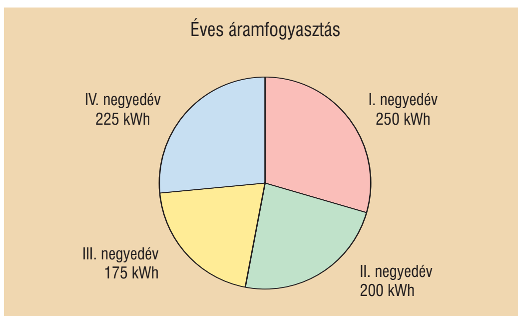
1802 *a)* Az oszlopdiagram a bal oldali ábrán látható.

b) Adjuk össze az egyes értékeket, de ne feledjük a 25-ös szorzót:

$$\frac{200+150+100+125}{25} = 23\ \text{m}^3.$$

c) A kördiagram a jobb oldali ábrán látható.





1803 *a)* A pénzek terjedelme: 9, mediánja: 2, módusza: 1.

b) Mivel a számtani átlag ≈ 3,54, így ez a címlet az 5 eurós.

1804 *a)* Az egyszerre eladott gombócok számának terjedelme: 3, módusza: 2.

b) A medián: 2,5. A számtani közép: $2{,}\dot{5}\dot{4}$.

1805 *a)* Medián = Módusz = 5.

b) A számtani átlag: 7,5.

1806 *a)* $3{,}1\dot{6}$ és 3,7 között változhat, ez körülbelül 9,5%-os visszaesést illetve 5,7%-os növekedést jelenthet.

b) A négy hiányzó írhatott 5, 5, 5, 2 vagy 5, 5, 4, 3 vagy 5, 4, 4, 4 érdemjegyű dolgozatot.

1807 *a)* Ha a kategóriaközepekkel számolunk (végül pedig 4,5-tel), akkor a becsült átlag: $1{,}8\dot{3}$. Két ok miatt lehet az átlag problémás: egyáltalán nem biztos, hogy a kategóriákon belül egyenletes a betétek megoszlása (pedig a középpel ezt tételezzük fel), illetve az utolsó kategória nincs lezárva, ott gyakorlatilag bármekkorák lehetnek a betétek.

b) Ha mindig az alsó határral számolunk, akkor az átlag = $1{,}\dot{3}$. Az eltérés így 0,5.

c) A pontos felső érték bármekkora lehet, hiszen az utolsó kategória felülről nincs lezárva.